

e -ПОЗИТИВНОСТ НЕКИХ НОВИХ КЛАСА ГРАФОВА

Тања Стојадиновић

Математички факултет
Универзитет у Београду
e-mail: tanja.stojadinovic@matf.bg.ac.rs

Стефан Митровић

Математички факултет
Универзитет у Београду
e-mail: stefan.mitrovic@matf.bg.ac.rs

Апстракт. Правилно бојење графа је свако додељивање боја чворовима графа, такво да два суседна чвора обавезно имају различиту боју. Хроматски полином, први пут уведен 1912. године у Бирхофовом раду, броји начине на које је могуће правилно обојити граф помоћу унапред задате палете боја. Бесконачни аналогон хроматског полинома је такозвана хроматска функција, уведена од стране Стенлија 1995. године, која у себи садржи информације о свим правилним бојењима неког графа. То је једна симетрична функција, те је природно запитати се шта можемо закључити о коефицијентима у њеном развоју у различитим природним базама векторског простора симетричних функција. Сам Стенли је поставио хипотезу о позитивности ових коефицијената у елементарној бази (краће, e -позитивност) за одређену класу графова, и ово је једно од централних питања у алгебарској комбинаторици у последњих 30 година.

У овом излагању, уводимо две нове класе графова - класу сунаца и класу бучица. Показујемо како се проблем испитивања e -позитивности многих графова може свести на проблем испитивања e -позитивности сунаца, те дајемо неколико критеријума за проверу ове позитивности. Напоследку, проналазимо начин да се коефицијенти хроматске функције бучица у елементарној бази израчунају експлицитно.

Кључне речи: хроматска симетрична функција графа; e -позитивност; сунца; бучице.

Библиографија

- [1] **S. Dahlberg, A. Foley and S. van Willigenburg.** Resolving Stanley's e -positivity of claw-contractible-free graphs, *J. Eur. Math. Soc. (JEMS)* 22, 2673-2696 (2020).
- [2] **S. Dahlberg, A. She and S. van Willigenburg.** Schur and e -positivity of trees and cut vertices, *Electron. J. Combin.* 27(1), P1.2 (2020).
- [3] **S. Dahlberg and S. van Willigenburg.** Lollipop and lariat symmetric functions, *SIAM J. Discrete Math.* 32, 1029-1039 (2018).
- [4] **S. Dahlberg, A. She and S. van Willigenburg.** Chromatic posets, *J. Combin. Theory Ser. A* 184, 105496 (2021)
- [5] **A.M. Foley, J. Kazdan, L. Kröl, S.M. Alberga, O. Melnyk and A. Tenenbaum.** Spiders and their Kin: An Investigation of Stanley's Chromatic Symmetric Function for Spiders and Related Graphs, *Graphs Combin.*
- [6] **V. Gasharov.** Incomparability graphs of $(3 + 1)$ -free posets are s -positive, *Discrete Math.* 157, 193-197 (1996).
- [7] **V. Gasharov.** On Stanley's chromatic symmetric function and clawfree graphs, *Discrete Math.* 205(1-3): 229-234 (1999).
- [8] **M. Guay-Paquet.** A modular law for the chromatic symmetric functions of $(3 + 1)$ -free posets, *arXiv:1306.2400*.
- [9] **D. Gebhard and B. Sagan.** A chromatic symmetric function in noncommuting variables, *J. Algebraic Combin.* 13, 227-255 (2001).
- [10] **J. Martin, M. Morin and J. Wagner.** On distinguishing trees by their chromatic symmetric functions, *J. Combin. Theory Ser. A* 115, 237-253 (2008).

- [11] **R. Orellana and G. Scott.** Graphs with equal chromatic symmetric function, *Discrete Math.* 320, 1-14 (2014).
- [12] **R. Stanley.** A symmetric function generalization of the chromatic polynomial of a graph, *Adv. Math.* 111, 166-194 (1995).
- [13] **R. Stanley.** Graph colorings and related symmetric functions: ideas and applications. A description of results, interesting applications, and notable open problems, *Discrete Math.* 193, 267-286 (1998).
- [14] **R. Stanley and J. Stembridge.** On immanants of Jacobi-Trudi matrices and permutations with restricted position, *J. Combin. Theory Ser. A* 62, 261-279 (1993).
- [15] **R. Stanley.** *Enumerative combinatorics. Vol. 2*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1999.
- [16] **J. Shareshian, M. Wachs.** Chromatic quasisymmetric functions, *Adv. Math.* 295, 497-551 (2016).
- [17] **M. Wolfe.** Symmetric chromatic functions, *Pi Mu Epsilon Journal* 10, 643-757 (1998).
- [18] **H. Wolfgang III,** Two interactions between combinatorics and representation theory: Monomial immanants and Hochschild cohomology, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology (1997).
- [19] **D. G. L. Wang, M. M. Y. Wang.** The e -positivity and Schur positivity of some spiders and broom trees, *Discrete Applied Mathematics* 325, 226-240 (2023).
- [20] **D. G. L. Wang, M. M. Y. Wang.** The e -positivity of two classes of cycle-chord graphs, *J. Algebraic Combin.* 57(2), 495-514 (2023).
- [21] **K. Zheng.** On the e -positivity of trees and spiders, *J. Combin. Theory Ser. A* 189 (2022).